**Лабораторна робота №2**

**Вибір рішення в умовах ризику**

**2.1 Мета:** засвоєння навичок аналізу альтернатив в умовах ризику

**2.2 Короткі теоретичні відомості**

Ухвалення рішень в умовах ризику може бути засноване на одному з наступних критеріїв:

* критерій Севіджа
* критерій очікуваного значення;
* комбінації очікуваного значення і дисперсії;
* відомого граничного рівня;
* найвірогіднішої події в майбутньому.

Розглянемо детальніше застосування цих критеріїв.

*Критерій* *мінімаксного ризику Севіджа*. При виборі стратегії ОПР керується не матрицею виграшів *А*, а матрицею ризиків *R*:

|  |  |
| --- | --- |
| . | (2.1) |

*Критерій очікуваного значення*(КОЗ). Використання очікуваних величин потребує багаторазового вирішення однієї задачі, поки не будуть отримані досить точні розрахункові формули. *Середнє очікуване значення* є середньозваженим для всіх можливих результатів, де ймовірність кожного результату використовується як частота або вага відповідного значення. У загальному випадку задача ухвалення рішень може включати *n* станів природи і *m* альтернатив. Якщо *p*j – вірогідність *j*-го стану природи, а *a*ij – платіж, пов'язаний з ухваленням рішення *i* при стані природи *j* (*i* = 1, 2, ..., *m*; *j* = 1, 2, ..., *n*), тоді очікуваний платіж для вирішення *i* обчислюється у вигляді

**image001,**

де за визначенням *p*1+*p2*+…+*p*n=1.

Кращою альтернативою буде та, яка відповідає **image002,** або **image003**

Комбінація *очікуваного значення і дисперсії* враховує коливання (мінливість) можливого результату для рідко повторюваних ситуацій. Дисперсія – це середнє зважене з квадратів відхилень дійсних результатів від середніх очікуваних <http://univer-nn.ru/statistika/dispersiya/> дисперсія відображає міру розкиду даних навколо середньої величини.

Якщо *х* випадкова величина з дисперсією *D*, то середнє арифметичне має дисперсію *D*/*n*, де *n* – кількість складових в . Отже, якщо *D* зменшується ймовірність того, що близько до математичного очікування, збільшується.

Формула для розрахунку D (або σ2):

Формула дисперсии,

де xi – i-е значення показника, що аналізується; n – кількість значень в сукупності даних, що аналізується.

<https://statanaliz.info/statistica/opisanie-dannyx/dispersiya-standartnoe-otklonenie-koeffitsient-variatsii/>

Середнє квадратичне відхилення (стандартне відхилення) також характеризує міру розсіювання значень, але на відміну від дисперсії його можна порівняти з вихідними даними, тому що має ті ж одиниці виміру. Стандартне відхилення розраховується так:

Среднее квадратическое (стандартное) отклонение.

Щоб зрозуміти, наскільки великий розкид щодо самих значень, потрібен відносний показник. Такий показник *V* називається коефіцієнт варіації:

Коэффициент вариации.

Як видно, це відношення стандартного відхилення до середньої величини. Даний показник вимірюється у відсотках (якщо помножити на 100%). У статистиці прийнято, що, якщо значення коефіцієнта варіації менше 33%, то сукупність вважається однорідною, якщо більше 33%, то – неоднорідною. Це вважається аксіомою.

Чим більше коефіцієнт, тим сильніше коливання. Установлено наступну *якісну оцінку різних значень коефіцієнтів варіації:*

– до 10% - слабке коливання;

– 10-25% - помірне коливання;

– понад 25% - високе коливання.

Критерій граничного рівня не дає оптимального рішення, що максимізує, наприклад, прибуток або мінімізує витрати. Цей критерій не має чітко вираженого математичного формулювання і оснований в значній мірі на інтуїції і досвіді ОПР. При цьому ОПР на підставі суб'єктивних міркувань визначає найприйнятніший спосіб дій. Критерій граничного рівня звичайно не використовується, коли немає повного уявлення про безліч можливих альтернатив. Врахування ситуації ризику при цьому може вироблятися за рахунок введення законів розподілів випадкових чинників для відомих альтернатив.

Не дивлячись на відсутність формалізації критеріями граничного рівня користуються досить часто, задаючись їх значеннями на підставі експертних або дослідних даних.

* 1. ЗАВДАННЯ НА ЛАБОРАТОРНУ РОБОТУ

1. Отримати допуск до роботи. Отримати індивідуальне завдання.
2. Ознайомитись з призначенням критеріїв, вільно володіти елементами природи та відношеннями між ними. Під час підготовки до лабораторної роботи ознайомитись з теоретичними відомостями, що викладені в конспекті лекцій, розділі 2.2 цих вказівок та в [1–4].
3. Отримати допуск до роботи. Погодити індивідуальне завдання з темою випускної роботи.
4. Побудувати ПЗ згідно варіанту (темі випускної роботи). Необхідно забезпечити введення елементів матриці; вибір одного з критеріїв, за яким знаходиться і оцінюється краща альтернатива; виведення значень критеріїв і відповідних їм альтернатив окремо; виведення кращих альтернатив за всіма критеріями відразу. Студенти з парними номерами у списку групи шукають «гіршу» альтернативу.
5. Надати текстовий опис природи і її станів, а також системи, що проектується.
   1. МЕТОДИКА ВИКОНАННЯ

2.4.1 Бізнес-логіка

Приклад для критерія **Севіджа**. При роботі комп’ютерів необхідно періодично припиняти обробку інформації і перевіряти на наявність вірусів. Зупинення призводить до певних економічних витрат. У разі ж якщо вірус вчасно виявлений не буде, можлива втрата деякої частини інформації, що призведе до ще більших збитків.

Альтернативи такі: *А1*– повна перевірка; *А2* – мінімальна перевірка; *А3* – відмова від перевірки. комп’ютерів може знаходитися в таких станах: *F1* – вірус відсутній; *F2* – вірус є, але він не встиг пошкодити інформацію; *F3* – є файли, які потребують відновлення.

Результати, що включають витрати (в тисячах) на пошук вірусу і його ліквідацію, а також витрати, пов'язані з відновленням інформації мають вигляд:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Рішення | Стани | | |
| *F1* | *F2* | *F3* |
| *А1* | -20.0 | -22.0 | -25.0 |
| *А2* | -14.0 | -23.0 | -31.0 |
| *А3* | 0 | -24.0 | -40.0 |

Матриця залишків для цього прикладу і їх оцінка згідно з критерієм Севіджа має вигляд:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Рішення | Стани | | | Критерій Севіджа | |
| *F1* | *F2* | *F3* |  |  |
| *А1* | +20.0 | 0 | 0 | +20.0 |  |
| *А2* | +14.0 | +1.0 | +6.0 | +14.0 | +14.0 |
| *А3* | 0 | +2.0 | +15.0 | +15.0 |  |

Застосуємо **критерій очікуваного значення** у разі необхідності прийняти рішення про те, коли необхідно проводити профілактичний ремонт комп’ютерів, щоб мінімізувати втрати через несправність. У разі якщо ремонт проводитиметься занадто часто, витрати на обслуговування будуть великими при малих втратах через випадкову поломку.  
Так як неможливо передбачити заздалегідь, коли виникне несправність, необхідно знайти ймовірність того, що комп’ютерів вийде з ладу в період часу *t*. У цьому і полягає елемент "ризику".

Математично це виглядає так: комп’ютерів ремонтується індивідуально, якщо вона зупинилася через поломку. Через *T* інтервалів часу виконується профілактичний ремонт всіх *n* комп’ютерів. Необхідно визначити оптимальне значення *Т*, при якому мінімізуються загальні витрати на ремонт несправних комп’ютерів і проведення профілактичного ремонту в розрахунку на один інтервал часу.  
Нехай *р*t – ймовірність виходу з ладу однієї комп’ютерів в момент *t*, а *nt* – випадкове значення кількості всіх комп’ютерів, що вийшли з ладу в той же момент. Нехай далі *С1* – витрати на ремонт несправної комп’ютерів і *С2* – витрати на профілактичний ремонт однієї машини.

Застосування критерію очікуваного значення в даному випадку виправдано, якщо комп’ютери працюють впродовж тривалого проміжку часу. При цьому очікувані витрати на один інтервал складуть

,

де *M(nt)* – математичне ­сподівання кількості комп’ютерів, що вийшли з ладу в момент *t*. Комп’ютерів. Так як *nt* має біноміальний розподіл з параметрами (*n, pt*), то *M(nt) = npt*. Тому очікувані витрати *ОВ*

*.*

Необхідні умови оптимальності *T\** мають вигляд:

*ОВ (T\*-1)>= ОВ (T\*),*

*ОВ (T\*+1) >=ОВ (T\*).*

Отже, починаючи з малого значення *T*, обчислюють *ОВ (T)*, поки не будуть задоволені необхідні умови оптимальності.

Нехай *С1* = 100; *С2* = 10; *n* = 50. Значення *pt* мають вигляд:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *T* | *рt* | c1_clip_image013 | *ОВ(Т)* |
| 1 | 0.05 | 0 | c1_clip_image015 |
| 2 | 0.07 | 0.05 | 375 |
| 3 | 0.10 | 0.12 | 366.7 |
| 4 | 0.13 | 0.22 | 400 |
| 5 | 0.18 | 0.35 | 450 |

*T\*→* 3 , *ОВ(Т\*)* → 366.7

Тобто, профілактику необхідно робити через інтервал часу *T*\* = 3.

Застосуємо **критерій "очікуване значення - дисперсія"** для попереднього прикладу. Дисперсія - це середній квадрат відхилень. Тобто спочатку розраховується середнє значення, потім береться різниця між кожним вихідним і середнім значенням, зводиться в квадрат, складається і потім ділиться на кількість значень в даній сукупності. Різниця між окремим значенням і середнім значенням відображає міру відхилення. У квадрат зводиться для того, щоб всі відхилення стали виключно позитивними числами і щоб уникнути взаємознищення позитивних і негативних відхилень при їх підсумовуванні. Потім, маючи квадрати відхилень, розраховуємо середню арифметичну.

Для цього необхідно знайти дисперсію витрат за один інтервал часу, тобто дисперсію

.

Оскільки *nt, t =c2_clip_image011* – випадкова величина, то *ВТ* також випадкова величина. Величина *nt* має біноміальний розподіл з *M(nt)* = *npt* та *D(nt) = npt(1–pt).* Отже,

*D(ВТ) = D*(*c2_clip_image013*) *=*c2_clip_image015*D*(*c2_clip_image017*) *=*

*=* c2_clip_image015_0000*c2_clip_image019=* c2_clip_image015_0001*c2_clip_image021 = n*c2_clip_image015_0002{*c2_clip_image023–c2_clip_image025*}*,*

де *С2n = const.*

З попереднього прикладу маємо *М(ВТ) = М(В(Т)).*

Отже шуканим критерієм буде мінімум виразу *М(В(Т)) + к D(ВТ).*

Константу "*к*" можна розглядати як рівень не схильності до ризику, тому "*к*" визначає "ступінь можливості" дисперсії *D(ВТ)* по відношенню до математичного сподівання. Наприклад, якщо підприємець, особливо гостро реагує на великі негативні відхилення прибутку вниз від *М(В(Т)),* то він може вибрати "*к*" багато більше 1. Це надає більшої ваги дисперсії і призводить до рішення, що зменшує ймовірність великих втрат прибутку.  
При *к* = 1 отримуємо задачу

c2_clip_image027c2_clip_image029.

За даними з попереднього прикладу можна скласти таку таблицю

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Т* | *pt* | *pt2* | *c2_clip_image030* | *c2_clip_image031* | *М(В(Т))+D(В(Т))* |
| 1 | 0.05 | 0.0025 | 0 | 0 | 500.00 |
| 2 | 0.07 | 0.0049 | 0.05 | 0.0025 | 6312.50 |
| 3 | 0.10 | 0.0100 | 0.12 | 0.0074 | 6622.22 |
| 4 | 0.13 | 0.0169 | 0.22 | 0.0174 | 6731.25 |
| 5 | 0.18 | 0.0324 | 0.35 | 0.0343 | 6764.00 |

З таблиці видно, що профілактичний ремонт необхідно робити протягом кожного інтервалу *Т\*=*1.

**Середнє очікуване значення** – це значення величини події, що пов'язано з невизначеністю ситуації. Є середньозваженим для всіх можливих результатів, де ймовірність кожного результату використовується як частота або вага відповідного значення.

*Приклад***.** При вкладенні капіталу в два заходи:

*захід № 1*– із 120 випадків прибуток 25000 грн. отримано у 48 випадках (ймовірність 0,4); прибуток 20000 грн. отримано у 36 випадках (ймовірність 0,3); прибуток 30000 грн. отримано у 36 випадках (ймовірність 0,3).

Середнє очікуване значення: 25 х 0,4 +20 х 0,3 + 30 х 0,3 = 25000 грн.

*захід № 2 –* аналогічно було знайдено, що при вкладенні капіталу в захід № 2

середній прибуток склав: 40 х 0,3 + 30 х 0,5 + 15 х 0,2 = 30000 грн.

*Висновки*. При вкладенні в захід № 1 величина одержуваного прибутку коливається від 20 до 30 тис. грн; при вкладенні в захід № 2 величина одержуваного прибутку коливається від 15 до 40 тис. грн. і середня величина складає 30 тис. грн.

Середня величина являє собою узагальнену кількісну характеристику і не дозволяє прийняти рішення на користь якого-небудь варіанта вкладення капіталу. Для остаточного ухвалення рішення необхідно визначити міру коливання можливого результату — ступінь відхилення очікуваного значення від середньої величини.

**Критерій граничного рівня.** Припустимо, що величина попиту *x* в одиницю часу (інтенсивність попиту) на деякий товар задається безперервною функцією розподілу *f(x)*. Якщо запаси в початковий момент невеликі, надалі можливий дефіцит товару. В іншому випадку до кінця розглянутого періоду запаси нереалізованого товару можуть виявитися дуже великими. В обох випадках можливі втрати.

Визначити втрати від дефіциту дуже важко і ОПР може встановити необхідний рівень запасів таким чином, щоб величина очікуваного дефіциту не перевищувала *А1* одиниць, а величина очікуваних надлишків не перевищувала *А*2 одиниць. Іншими словами, нехай *I* - шуканий рівень запасів. Тоді  
очікуваний дефіцит = c3_clip_image002,

очікувані надлишки =c3_clip_image004.

При довільному виборі *А*1 і *А*2 зазначені умови можуть виявитися суперечливими. У цьому випадку необхідно послабити одне з обмежень, щоб забезпечити допустимість.

Нехай, наприклад,

Тоді

c3_clip_image010= c3_clip_image012 =  20(lnc3_clip_image014+c3_clip_image016 – 1),

c3_clip_image018= c3_clip_image020 =  20(ln c3_clip_image022+c3_clip_image024 – 1).

Застосування критерію граничного рівня призводить до нерівностей

ln*I* – c3_clip_image025 >=ln 20 – c3_clip_image027– 1 = 1.996 – c3_clip_image028,

ln*I* – c3_clip_image029 >=ln 10 – c3_clip_image031– 1 = 1.302 – c3_clip_image032.

Граничні значення *А1* і *А2* повинні бути вибрані так, що б обидві нерівності виконувалися хоча б для одного значення *I*.

Наприклад, якщо *А1* = 2 і *А2* = 4, нерівності приймають вид

ln*I* – c3_clip_image034 >=1.896,

ln*I* – c3_clip_image036 >=1.102.

Значення *I* повинно знаходитися між 10 і 20, тому що саме в цих межах змінюється попит. З таблиці видно, що обидві умови виконуються для *I*, з інтервалу (13,17)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| ln *I* – c3_clip_image034_0000 | 1.8 | 1.84 | 1.88 | 1.91 | 1.94 | 1.96 | 1.97 | 1.98 | 1.99 | 1.99 | 1.99 |
| ln *I* – c3_clip_image036_0000 | 1.3 | 1.29 | 1.28 | 1.26 | 1.24 | 1.21 | 1.17 | 1.13 | 1.09 | 1.04 | 0.99 |

Будь-яке з цих значень задовольняє умовам завдання.

* 1. ЗМІСТ ЗВІТУ

Розділ “Результати роботи” повинен містити текстовий опис задачі, текст програми, вихідні дані та результати роботи програми.

* 1. Контрольні питання

1. Назвіть критерії пошуку рішень в умовах ризику.
2. Наведіть сутність критеріїв пошуку рішень в умовах ризику.

3 За якими формулами обчислюються критерії пошуку рішень в умовах ризику

4 Чим відрізняється ситуація ризику?

5 У яких випадках доцільно використовувати ті або інші критерії пошуку рішень в умовах ризику?

1. Умови використання критерію Севіджа.